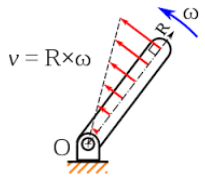


CINEMATIQUE DU POINT

Cas particuliers des mouvements circulaires

Chapitre 10

5

1 – MISE EN SITUATION

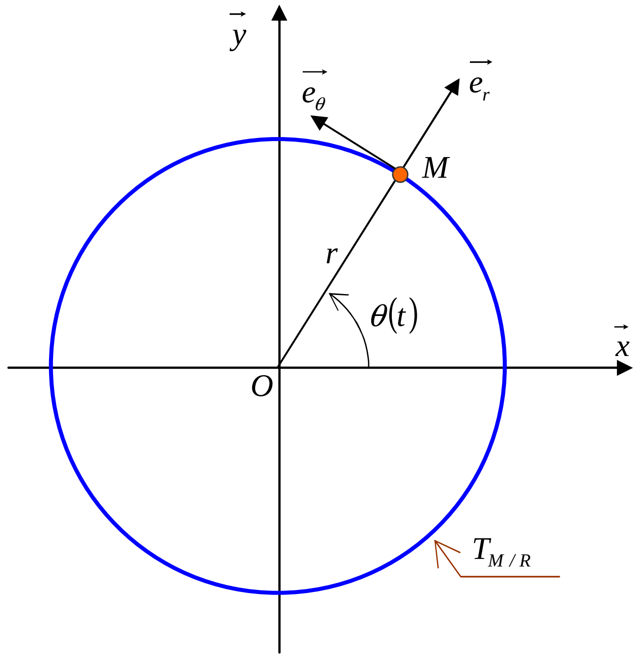
Le mouvement circulaire est caractérisé par un déplacement sur un cercle.

→ **Repérage** :

Compte tenu de la situation, il est ici préférable d'utiliser des coordonnées polaires $M(r\ ,\theta)$:

Pour un mouvement circulaire, le rayon polaire r est constant (il ne varie pas au cours du temps).

Le repère $\Re_1(O,\vec{e_r},\vec{e_\theta})$ tourne à la vitesse $\omega(t)$ par rapport au repère $\Re_0(O,\vec{x},\vec{y})$.



→ **Vecteur-position** : $\overrightarrow{OM} = r \cdot \vec{e_r}$

→ **Vecteur-vitesse** :

$$\overrightarrow{V_{M/R}} = \left(\frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_{\Re 0} = \left(\frac{d(r \cdot \vec{e_r})}{dt}\right)_{\Re 0} = \left(\frac{d(r)}{dt}\right)_{\Re 0} \cdot \vec{e_r} + r \cdot \left(\frac{d\vec{e_r}}{dt}\right)_{\Re 0} = r \cdot \omega(t) \cdot \vec{e_\theta}$$

Conformément aux propriétés du vecteur-vitesse, on voit bien ici qu'il est porté par la tangente à la trajectoire (l'axe $\vec{e_\theta}$).

→ **Vitesse périphérique** :

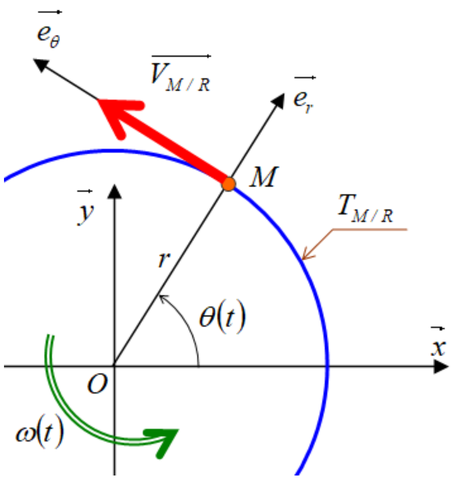
L'intensité du vecteur-vitesse exprimé ci-dessus donne lieu à une **formule très utilisée** et qu'on peut retenir sous la forme suivante :

$$\boxed{V = R \cdot \omega}$$

Vitesse périphérique $(m \cdot s^{-1})$

Rayon de la trajectoire circulaire (m)

Vitesse de rotation en $(rad \cdot s^{-1})$



Les problèmes font souvent apparaître des vitesses de rotation N en $tr \cdot min^{-1}$; on rappelle donc que : $\boxed{\omega = \frac{2\pi \cdot N}{60}}$

→ **Vecteur-accélération** :

$$\overrightarrow{a_{M/R}} = \left(\frac{d\overrightarrow{V_{M/R}}}{dt}\right)_{\Re 0} = \left(\frac{d\left(r\cdot\omega(t)\cdot\overrightarrow{e_\theta}\right)}{dt}\right)_{\Re 0} = r\cdot\omega(t)\cdot\left(\frac{d\overrightarrow{e_\theta}}{dt}\right)_{\Re 0} + r\cdot\left(\frac{d\omega(t)}{dt}\right)_{\Re 0}\cdot\overrightarrow{e_\theta} = -r\cdot\omega(t)^2\cdot\overrightarrow{e_r} + r\cdot\alpha(t)\cdot\overrightarrow{e_\theta}$$

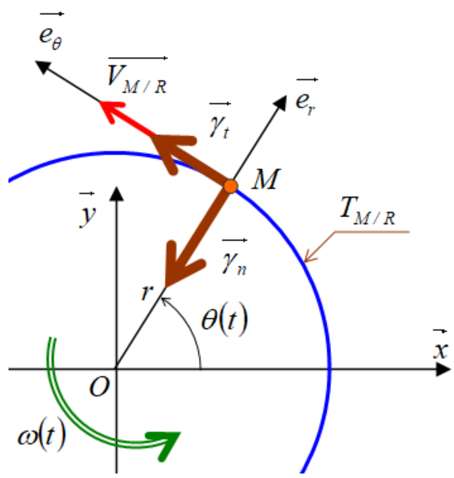
On observe donc la présence de deux composantes pour l'accélération :

⇒ Une composante normale sur l'axe $\overrightarrow{e_r}$: $\boxed{\gamma_n = -r\cdot\omega(t)^2}$

⇒ Une composante tangentielle sur l'axe $\overrightarrow{e_\theta}$: $\boxed{\gamma_t = r\cdot\alpha(t)}$

Si il n'y a pas d'accélération angulaire, $\alpha(t) = 0$ et donc $\gamma_t = 0$.

La composante normale γ_n s'appelle accélération centripète.



Cas particuliers : d'un point de vue cinématique, le mouvement circulaire donne lieu à deux cas particuliers qu'il faut connaître par cœur (ou être capable de les retrouver, ce qui n'est pas insurmontable en fin de Terminale). On distingue :

⇒ Le Mouvement Circulaire Uniforme (MCU), caractérisé par une **vitesse constante** : $\omega = \omega_0$.

⇒ Le Mouvement Circulaire Uniformément Varié (MCUV), appelé aussi Mouvement circulaire Uniformément Accéléré (MCUA) ; il est caractérisé par une **accélération angulaire constante** : $\alpha = \alpha_0$.

2 – MOUVEMENT CIRCULAIRE UNIFORME (MCU)

Le point M se déplace sur un cercle avec une vitesse angulaire constante $\omega(t) = \omega_0$:

→ **Synthèse à connaître par cœur** :

Utile : $\boxed{\omega_0 = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}}$

$$\text{MCU} \begin{cases} \alpha(t) = 0 \\ \omega(t) = \omega_0 \\ \theta(t) = \omega_0\cdot t + \theta_0 \end{cases}$$

3 – MOUVEMENT CIRCULAIRE UNIFORMEMENT VARIE (MCUV OU MCUA)

Le point M se déplace sur un cercle avec une accélération angulaire constante $\alpha(t) = \alpha_0$:

→ **Synthèse à connaître par cœur** :

Utile : $\boxed{\alpha_0 = \dfrac{\Delta\omega}{\Delta t}}$

$$\text{MCUV} \begin{cases} \alpha(t) = \alpha_0 \\ \omega(t) = \alpha_0\cdot t + \omega_0 \\ \theta(t) = \dfrac{1}{2}\alpha_0\cdot t^2 + \omega_0\cdot t + \theta_0 \end{cases}$$